



弦は長さが半分になると1オクターブ高い音を出すんだ。ということは、半分の半分、 $1/4$ の長さがさらにオクターブ上の音になることもつきとめました。そして $1/8$ 、 $1/16$ ……でも、そんな発見はあったものの、少しずつ減ってゆくフレットの構造にはたどり着けません。同じ数だけ順に減らしていけばいいのかと考えたのですが……。

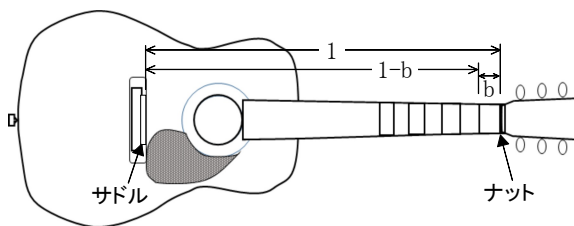


(等差数列)

10から1ずつ減らしていったとしたら10の次が9、その次が8、7、6……。10回目には0になってしまいます。0.5ずつ減らしていても、20回目には0。何か違うようです。

次に思いついたのが同じ割合で減っていったのではないかでした。(等比数列)
弦の長さから見て、弦の長さを仮に1としたとき、第1フレット～サドルまでの長さは、弦の長さ「1」-ナット～第1フレット(ここでは「b」としておきましょう)の長さとなります。

◎サドル～第1フレット = $1-b$



◎サドル～第2フレット = $(1-b) \cdot (1-b) \times \frac{b}{1}$

$$1 : (1-b) = (1-b) : x$$

$$\downarrow$$

$$\frac{(1-b)}{1} = \frac{x}{(1-b)}$$

$$\downarrow$$

$$(1-b)^2 = x$$

$$= (1-b) \cdot (1-b)b$$

$$= (1-b)^2$$

◎サドル～第3フレット = $(1-b)^3$
ということは、 $(1-b)$ の部分を a とおきかえると

$$y = a^x$$

という式が成り立つのです。

バイオリン君、見たこともない数式に???.
助け舟を出しましょう。このような数式(関数)は、中学校ではまだ詳しく勉強しませんし、中学2年であるバイオリン君が悩むのもしかたないことなのでしょう。正確にはこのような等比数列の関数を指数関数といいます。

x には何フレット目かの数値をいれ、
y は弦の長さを表わします。

つまり

- ① $1 = a^0$ ……弦をどこも押さえない (x=0)開放弦
- ② $1/2 = a^{12}$ ……12フレットを押さえる (x=12)

この二つの式が成り立つ(本当は②だけで十分だが) a の値を求めればいわけです。

しかし、 a を12乗して $1/2$ (0.5) になる数を探すのは大変、コンピュータの力をかりて求めました。すると、表われてきた a は

$$a \approx 0.9438743127$$

ただただ目を回すばかりのバイオリン君でした。なにとはともあれ a がわかったので、フレット的位置は求められそうです。

