



弦は長さが半分になると1オクターブ高い音を出すんだ。ということは、半分の半分、 $1/4$ の長さがさらにオクターブ上の音になることもつきとめました。そして $1/8$ 、 $1/16$ ……でも、そんな発見はあったものの、少しずつ減ってゆくフレットの構造にはたどり着けません。同じ数だけ順に減らしていけばいいのかと考えたのですが……。

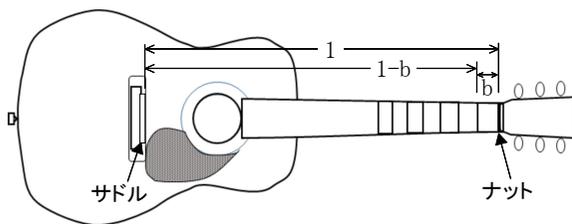


(等差数列)

10から1ずつ減らしていったとしたら10の次が9、その次が8、7、6……。10回目には0になってしまいます。0.5ずつ減らしていても、20回目には0。何か違うようです。

次に思いついたのが同じ割合で減っていったのではないかでした。(等比数列)  
弦の長さから見て、弦の長さを仮に1としたとき、第1フレット～サドルまでの長さは、弦の長さ「1」-ナット～第1フレット(ここでは「b」としておきましょう)の長さとなります。

◎サドル～第1フレット =  $1-b$



◎サドル～第2フレット =  $(1-b) \cdot (1-b) \times \frac{b}{1}$

$$\begin{aligned} 1 : (1-b) &= (1-b) : x \\ \downarrow & \\ \frac{(1-b)}{1} &= \frac{x}{(1-b)} \\ \downarrow & \\ (1-b)^2 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (1-b) \cdot (1-b)b \\ &= (1-b)^2 \end{aligned}$$

◎サドル～第3フレット =  $(1-b)^3$

ということは、 $(1-b)$ の部分を  $a$  とおきかえると

$$y = a^x$$

という式が成り立つのです。

バイオリン君、見たこともない数式に???

助け舟を出しましょう。このような数式(関数)は、中学校ではまだ詳しく勉強しませんし、中学2年であるバイオリン君が悩むのもしかたないことなのでしょう。正確にはこのような等比数列の関数を指数関数といいます。

x には何フレット目かの数値をいれ、  
y は弦の長さを表わします。

つまり

- ①  $1 = a^0$  ……弦をどこも押さえない (x=0)開放弦
- ②  $1/2 = a^{12}$  ……12フレットを押さえる (x=12)

この二つの式が成り立つ(本当は②だけで十分だが)  $a$  の値を求めればいわけです。

しかし、 $a$  を12乗して  $1/2$  (0.5) になる数を探すのは大変、コンピュータの力をかりて求めました。すると、表われてきた  $a$  は

$$0.9438743127 \dots$$

$$a \doteq 0.9438743127$$

ただただ目を回すばかりのバイオリン君でした。なにとはともあれ  $a$  がわかったので、フレットの位置は求められそうです。

